ETH zürich

Übungslektion 6 – Asymptotik & Sortierung

Informatik II

24. März 2026

Willkommen!

Polybox

Passwort: jschul

Personal Website

`https://jschultev.github.io/personal_website/`

Heutiges Programm

Wiederholung Theorie

Asymptotische Laufzeit

Sortieralgorithmen

Alte Prüfungsaufgaben

Hausaufgaben

1. Wiederholung Theorie

Asymptotisches Verhalten

- Was sind $\Omega(g(n))$, $\Theta(g(n))$, $\mathcal{O}(g(n))$?

Asymptotisches Verhalten

- Was sind $\Omega(g(n))$, $\Theta(g(n))$, $\mathcal{O}(g(n))$?

➜ Mengen von Funktionen!

Asymptotisches Verhalten

- Was sind $\Omega(g(n))$, $\Theta(g(n))$, $\mathcal{O}(g(n))$?

➜ Mengen von Funktionen!

Wiederholung, Mengen A, B:

Teilmenge	$A \subseteq B$
echte Teilmenge	$A \subsetneq B$
Schnittmenge	$A \cap B$

Asymptotisches Verhalten

Gegeben Funktion $f : \mathbb{N} \to \mathbb{R}$.
Definition:

$$\mathcal{O}(g) = \{f : \mathbb{N} \to \mathbb{R} | \exists c > 0, n_0 \in \mathbb{N} | \forall n \geq n_0 : 0 \leq f(n) \leq c \cdot g(n)\}$$
$$\Omega(g) = \{f : \mathbb{N} \to \mathbb{R} | \exists c > 0, n_0 \in \mathbb{N} | \forall n \geq n_0 : 0 \leq c \cdot g(n) \leq f(n)\}$$
$$\Theta(g) = \mathcal{O}(g) \cap \Omega(g)$$

Intuition:
$f \in \mathcal{O}(g)$: (Laufzeit) f wächst asymptotisch **nicht mehr** als g. Algorithmus mit Laufzeit f ist **nicht schlechter** als einer mit g.
$f \in \Omega(g)$: (Laufzeit) f wächst asymptotisch **nicht weniger** als g. Algorithmus mit Laufzeit f ist **nicht besser** als einer mit g.
$f \in \Theta(g)$: f wächst asymptotisch **gleich schnell** wie g. Algorithmus mit Laufzeit f ist **gleich gut** wie einer mit g.

Asymptotisches Verhalten

Einige nützliche Formeln:

$$\sum_{i=0}^{n-1} 1 = n$$

Asymptotisches Verhalten

Einige nützliche Formeln:

- $$\sum_{i=0}^{n-1} 1 = n$$
- $$\sum_{i=0}^{n} i = \frac{n \cdot (n+1)}{2}$$

Asymptotisches Verhalten

Einige nützliche Formeln:

- $$\sum_{i=0}^{n-1} 1 = n$$
- $$\sum_{i=0}^{n} i = \frac{n \cdot (n+1)}{2}$$
- $$\sum_{i=0}^{n} i^2 = \frac{n \cdot (n+1)(2n+1)}{6}$$

(das muss man nicht auswendig wissen)

Formeln auf ZF

Grössenordnung von Funktionen

$$c < \log(n) < \sqrt{n} < n < n \cdot \log(n) < n^2 < 2^n < n! < n^n$$

Rechenregeln

Summen:

$$\sum_{i=0}^{n-1} c = \sum_{i=0}^{n} c = c \cdot n \in \Theta(n)$$

$$\sum_{i=0}^{n} (n-i) = \sum_{i=0}^{n} i = \frac{n(n+1)}{2} \in \Theta(n^2)$$

$$\sum_{i=0}^{n^a} i^b \in \Theta(n^{a \cdot (b+1)})$$

$$\sum_{i=0}^{n} 2^i = \frac{2^{n+1}-1}{n-1} \in \Theta(2^n)$$

Logarithmusfunktionen:

$$\log n^n = n \log n \in \Theta(n \log n)$$
$$\log n! = n \log n - n \in \Theta(n \log n))$$

Loris Frey

$$\mathcal{O}(1) < \mathcal{O}(\log(n)) < \mathcal{O}(\sqrt{n}) < \mathcal{O}(n) < \mathcal{O}(n \log(n))$$
$$< \mathcal{O}(n^2) < \mathcal{O}(2^n) < \mathcal{O}(n!) < \mathcal{O}(n^n)$$

Wobei $\log(\dots)$ in den meisten Fällen der Logarithmus zur Basis 2 ist

Achtung: $n = \mathcal{O}(n^2)$ und $n^2 = \mathcal{O}(n^2)$, dies impliziert aber nicht, dass die Laufzeiten von n und n^2 asymptotisch sind

Für die Laufzeitenanalyse sind folgende Formeln hilfreich:

Grundlagen Logarithmus:	$c^a = n \longrightarrow a = \log_c(n), \quad \log(n^a) = a \log(n)$
Vereinfachung en Sigma:	$\sum_{i=0}^{n-1} c = \sum_{i=1}^{n} c, \quad \sum_{i=0}^{n} (n-i) = \sum_{i=0}^{n} i$
Asymptotik Sigma:	$\sum_{i=0}^{n^a} i^b = \Theta(n^{a(b+1)}), \quad \sum_{i=0}^{k} q^i = \frac{q^{k+1}-1}{q-1}$

Max Schaldach

2. Asymptotische Laufzeit

Asymptotische Laufzeiten mit Θ

CodeExpert In-Class Aufgabe: **Nicht-rekursive Snippets Laufzeiten**

Auf `https://expert.ethz.ch/enrolled/SS26/mavt2/codeExamples`

Asymptotische Laufzeiten mit Θ

Snippet 0. (not on CodeExpert)

```
# pre: n is an integer
def run(n):
  for m in range(0, n):
    for k in range(0, n):
      op()
```

- Wie oft wird `op()` aufgerufen?

Asymptotische Laufzeiten mit Θ

Snippet 1.

```
# pre: n is an integer
def run(n):
  for m in range(0, n):
    for k in range(0, m):
      op()
```

- Wie oft wird `op()` aufgerufen?

Asymptotische Laufzeiten mit Θ

- Wie oft wird `op()` aufgerufen?

Snippet 2.

```
# pre: n is a positive integer
def run(n):
  count = 0
  while n // (2 ** count) >= 1:
    op()
    count += 1
```

Asymptotische Laufzeiten mit Θ

Snippet 3.

```
def run(n):
  l = 0
  r = n
  while l < r:
    op()
    m = (l + r) // 2
    if h(m):
      l = m + 1
    else:
      r = m - 1

# n is an integer
# h returns a bool
```

- Wie oft wird `op()` aufgerufen?

Asymptotische Laufzeiten mit Θ

- Wie oft wird `op()` aufgerufen?

Snippet 4.

```
# pre: n is an integer
def run(n):
  for m in range(0, n):
    for k in range(0, m*m):
      op()
```

3. Sortieralgorithmen

Sortieralgorithmen

Wie können wir ein Array nach möglichst schnell und effizient sortieren?
$\longrightarrow$ **Mit Sortieralgorithmen**
Die verschiedenen Algorithmen unterscheiden sich in:

- Strategie
- Laufzeit
- Speicherplatz

"15 sorting Algorithms in 6 Minutes"
`https://www.youtube.com/watch?v=kPRA0W1kECg`

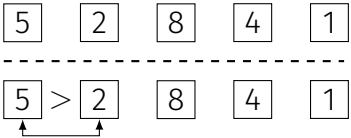
Sortieralgorithmen

Wir schauen uns heute die folgenden an:

1. Bubblesort
2. Insertion sort (Sortieren durch Einfügen)

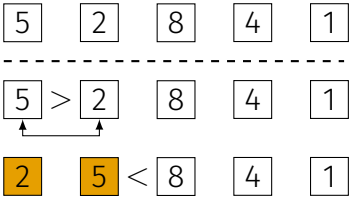
Bubblesort

Bubblesort



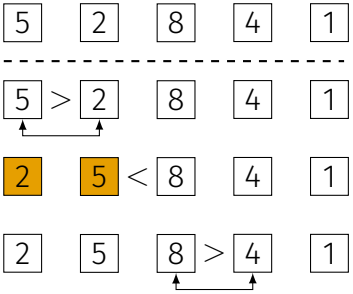
- Vergleiche jedes Paar benachbarter Elemente der Reihe nach. Wenn das erste größer ist, tausche sie aus.

Bubblesort



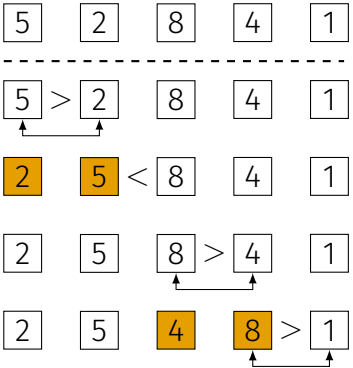
- Vergleiche jedes Paar benachbarter Elemente der Reihe nach. Wenn das erste größer ist, tausche sie aus.

Bubblesort



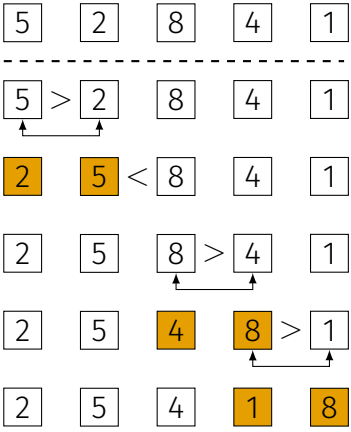
- Vergleiche jedes Paar benachbarter Elemente der Reihe nach. Wenn das erste größer ist, tausche sie aus.

Bubblesort



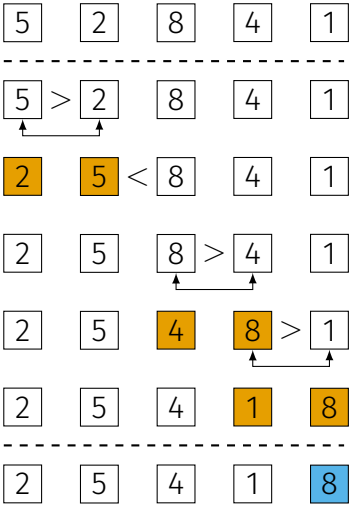
- Vergleiche jedes Paar benachbarter Elemente der Reihe nach. Wenn das erste größer ist, tausche sie aus.

Bubblesort



- Vergleiche jedes Paar benachbarter Elemente der Reihe nach. Wenn das erste größer ist, tausche sie aus.

Bubblesort

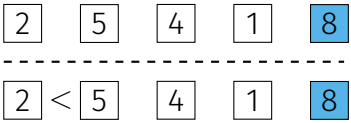


- Vergleiche jedes Paar benachbarter Elemente der Reihe nach. Wenn das erste größer ist, tausche sie aus.
- Nach einer Iteration (Iteration 0) befindet sich das größte Element am Ende der Liste.

Bubblesort

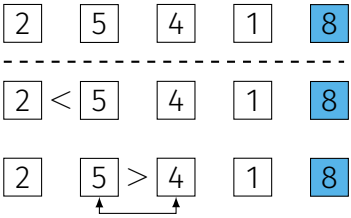
- Schleife, bis die Liste sortiert ist.

Bubblesort



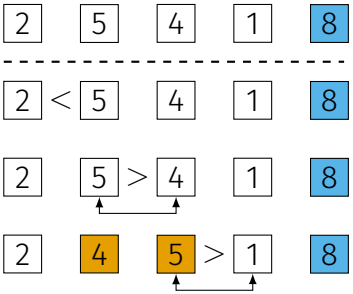
- Schleife, bis die Liste sortiert ist.

Bubblesort



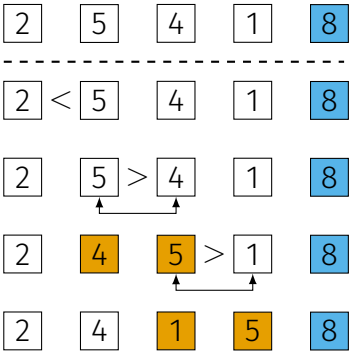
- Schleife, bis die Liste sortiert ist.

Bubblesort



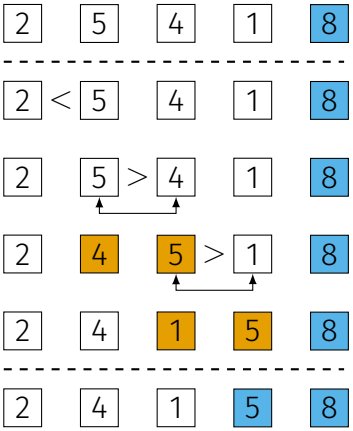
- Schleife, bis die Liste sortiert ist.

Bubblesort



- Schleife, bis die Liste sortiert ist.

Bubblesort



- Schleife, bis die Liste sortiert ist.
- **Schleifeninvariante**: Nach Iteration i sind Elemente `li[-(i+1):]` sortiert und an der richtigen Stelle.

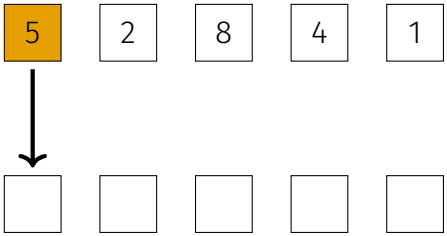
Visualisation

https://visualgo.net/en/sorting

Insertion Sort: Konzept

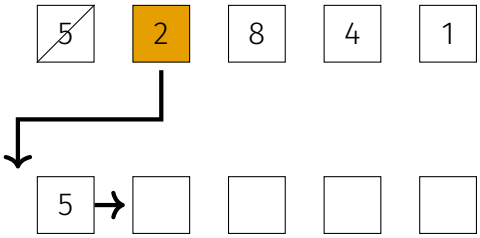
- Mit einer zweiten Liste können wir einfach jedes Element an der korrekten Stelle einsortieren.

Insertion Sort: Konzept



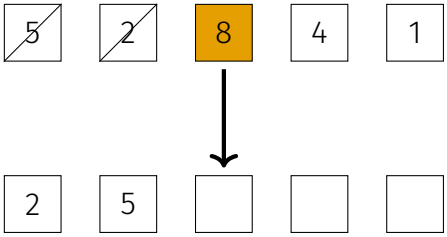
- Mit einer zweiten Liste können wir einfach jedes Element an der korrekten Stelle einsortieren.

Insertion Sort: Konzept



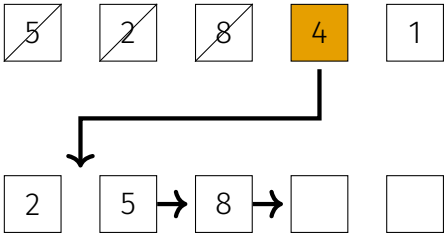
- Mit einer zweiten Liste können wir einfach jedes Element an der korrekten Stelle einsortieren.

Insertion Sort: Konzept



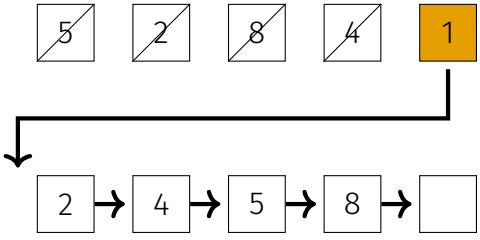
- Mit einer zweiten Liste können wir einfach jedes Element an der korrekten Stelle einsortieren.

Insertion Sort: Konzept



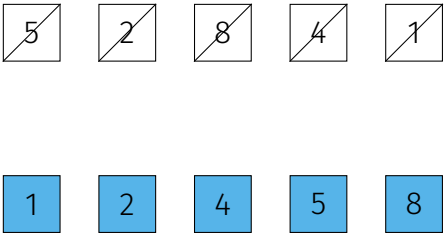
- Mit einer zweiten Liste können wir einfach jedes Element an der korrekten Stelle einsortieren.

Insertion Sort: Konzept



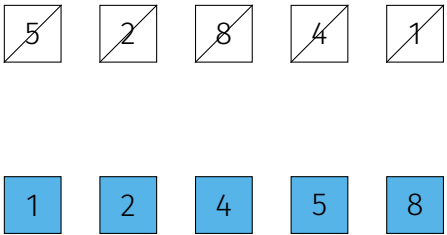
- Mit einer zweiten Liste können wir einfach jedes Element an der korrekten Stelle einsortieren.

Insertion Sort: Konzept



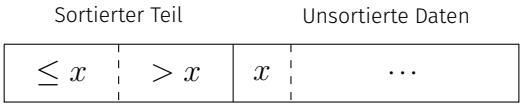
- Mit einer zweiten Liste können wir einfach jedes Element an der korrekten Stelle einsortieren.

Insertion Sort: Konzept



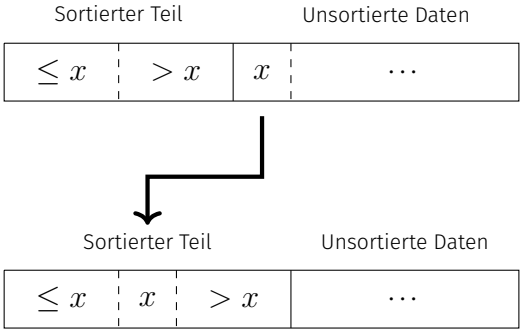
- Mit einer zweiten Liste können wir einfach jedes Element an der korrekten Stelle einsortieren.
- **Problem**: Benötigt n zusätzlichen Speicherplatz.

Insertion Sort



Wir können den Speicherplatz, der in der ursprünglichen Liste frei wird verwenden.

Insertion Sort



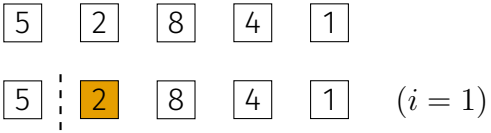
Wir können den Speicherplatz, der in der ursprünglichen Liste frei wird verwenden.

Sortieren durch Einfügen

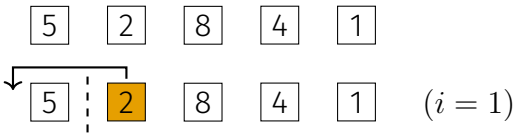
5	2	8	4	1

Sortieren durch Einfügen

- **Schleifeninvariante**: ??

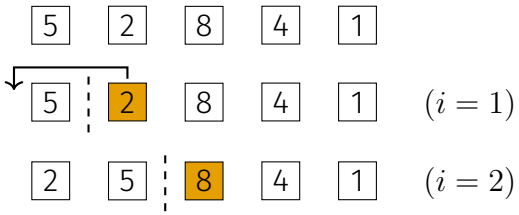


Sortieren durch Einfügen



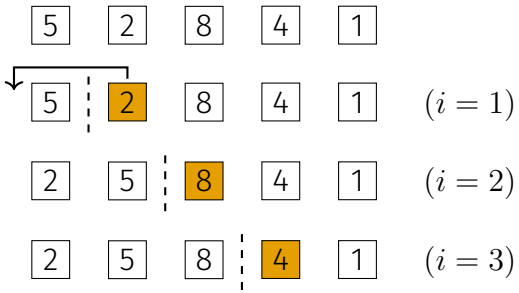
- **Schleifeninvariante**: Vor Iteration i sind Elemente in `li[:i]` sortiert. (Für Selection Sort: Vor iteration i enthält `li[:i]` die i niedrigsten Elemente von `li` in sortierter Reihenfolge.)
- Bei Iteration i, das i-te Element an der korrekten Position in die sortierte Teilliste `li[:i]` einfügen.

Sortieren durch Einfügen



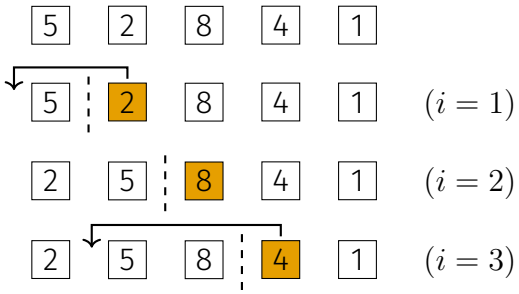
- **Schleifeninvariante**: Vor Iteration i sind Elemente in `li[:i]` sortiert. (Für Selection Sort: Vor iteration i enthält `li[:i]` die i niedrigsten Elemente von `li` in sortierter Reihenfolge.)
- Bei Iteration i, das i-te Element an der korrekten Position in die sortierte Teilliste `li[:i]` einfügen.
- Wiederholen bis alles sortiert ist $(i = n)$.

Sortieren durch Einfügen



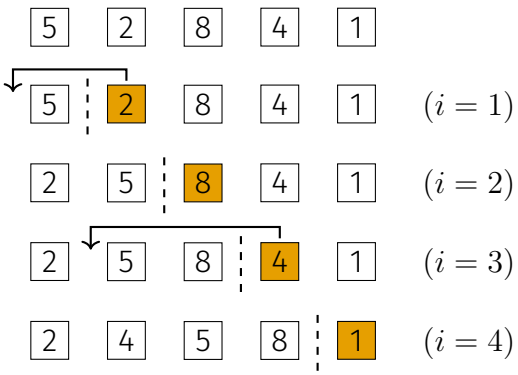
- **Schleifeninvariante**: Vor Iteration i sind Elemente in `li[:i]` sortiert. (Für Selection Sort: Vor iteration i enthält `li[:i]` die i niedrigsten Elemente von `li` in sortierter Reihenfolge.)
- Bei Iteration i, das i-te Element an der korrekten Position in die sortierte Teilliste `li[:i]` einfügen.
- Wiederholen bis alles sortiert ist $(i = n)$.

Sortieren durch Einfügen



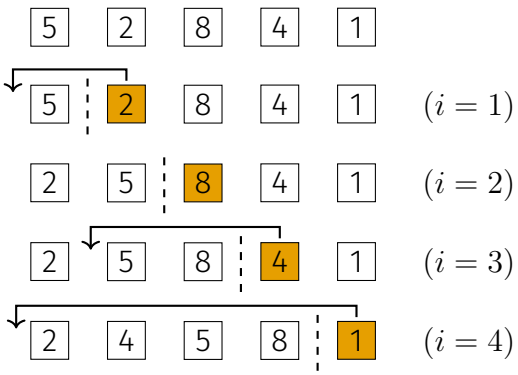
- **Schleifeninvariante**: Vor Iteration i sind Elemente in `li[:i]` sortiert. (Für Selection Sort: Vor iteration i enthält `li[:i]` die i niedrigsten Elemente von `li` in sortierter Reihenfolge.)
- Bei Iteration i, das i-te Element an der korrekten Position in die sortierte Teilliste `li[:i]` einfügen.
- Wiederholen bis alles sortiert ist $(i = n)$.

Sortieren durch Einfügen



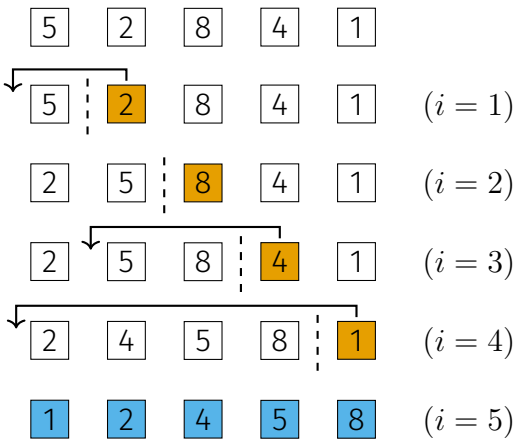
- **Schleifeninvariante**: Vor Iteration i sind Elemente in `li[:i]` sortiert. (Für Selection Sort: Vor iteration i enthält `li[:i]` die i niedrigsten Elemente von `li` in sortierter Reihenfolge.)
- Bei Iteration i, das i-te Element an der korrekten Position in die sortierte Teilliste `li[:i]` einfügen.
- Wiederholen bis alles sortiert ist $(i = n)$.

Sortieren durch Einfügen



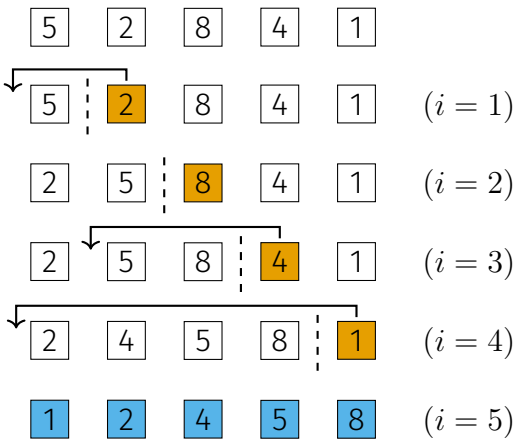
- **Schleifeninvariante**: Vor Iteration i sind Elemente in `li[:i]` sortiert. (Für Selection Sort: Vor iteration i enthält `li[:i]` die i niedrigsten Elemente von `li` in sortierter Reihenfolge.)
- Bei Iteration i, das i-te Element an der korrekten Position in die sortierte Teilliste `li[:i]` einfügen.
- Wiederholen bis alles sortiert ist $(i = n)$.

Sortieren durch Einfügen



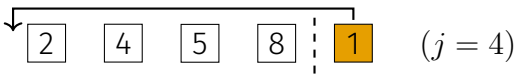
- **Schleifeninvariante**: Vor Iteration i sind Elemente in `li[:i]` sortiert. (Für Selection Sort: Vor iteration i enthält `li[:i]` die i niedrigsten Elemente von `li` in sortierter Reihenfolge.)
- Bei Iteration i, das i-te Element an der korrekten Position in die sortierte Teilliste `li[:i]` einfügen.
- Wiederholen bis alles sortiert ist $(i = n)$.

Sortieren durch Einfügen



- **Schleifeninvariante**: Vor Iteration i sind Elemente in `li[:i]` sortiert. (Für Selection Sort: Vor iteration i enthält `li[:i]` die i niedrigsten Elemente von `li` in sortierter Reihenfolge.)
- Bei Iteration i, das i-te Element an der korrekten Position in die sortierte Teilliste `li[:i]` einfügen.
- Wiederholen bis alles sortiert ist $(i = n)$.
- **Frage**: Wie kann man die Insertion durchführen?

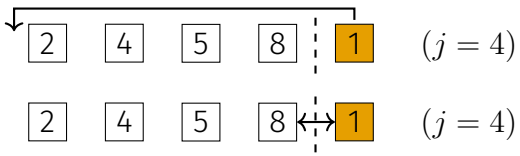
Einfügen durch Austauschen



$(j = 4)$

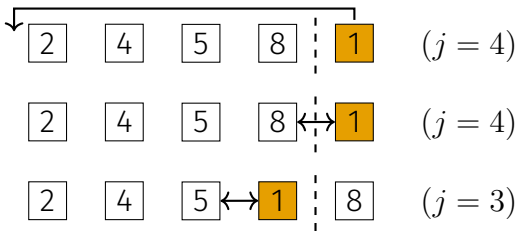
- Betrachten wir Iteration $i = 4$.
- Setze Variable $j = i$.

Einfügen durch Austauschen



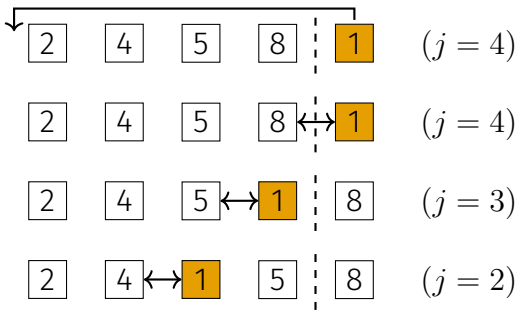
- Betrachten wir Iteration $i = 4$.
- Setze Variable $j = i$.
- Vergleiche `li[j]` und `li[j-1]` und tausche, falls `li[j-1]` > `li[j]`.

Einfügen durch Austauschen



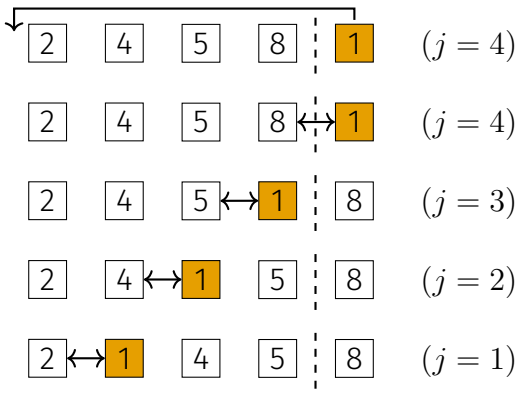
- Betrachten wir Iteration $i = 4$.
- Setze Variable $j = i$.
- Vergleiche `li[j]` und `li[j-1]` und tausche, falls `li[j-1]` > `li[j]`.
- Wiederhole bis $j = 0$ or `li[j-1]` $\leq$ `li[j]`.

Einfügen durch Austauschen



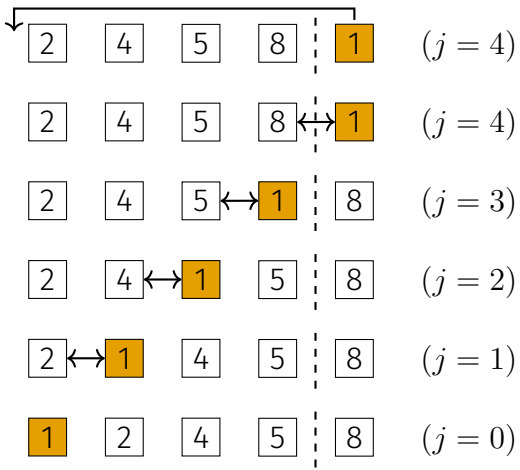
- Betrachten wir Iteration $i = 4$.
- Setze Variable $j = i$.
- Vergleiche `li[j]` und `li[j-1]` und tausche, falls `li[j-1]` > `li[j]`.
- Wiederhole bis $j = 0$ or `li[j-1]` $\leq$ `li[j]`.

Einfügen durch Austauschen



- Betrachten wir Iteration $i = 4$.
- Setze Variable $j = i$.
- Vergleiche `li[j]` und `li[j-1]` und tausche, falls `li[j-1]` > `li[j]`.
- Wiederhole bis $j = 0$ or `li[j-1]` $\leq$ `li[j]`.

Einfügen durch Austauschen



- Betrachten wir Iteration $i = 4$.
- Setze Variable $j = i$.
- Vergleiche `li[j]` und `li[j-1]` und tausche, falls `li[j-1]` > `li[j]`.
- Wiederhole bis $j = 0$ or `li[j-1]` $\leq$ `li[j]`.

Implementierung von Insertion Sort

CodeExpert In-Class Aufgabe: **Insertion Sort Laufzeit**
Auf `https://expert.ethz.ch/enrolled/SS26/mavt2/codeExamples`

Danach werden wir folgendes diskutieren:

- Was ist das worst-case Szenario für das Sortieren einer Liste mit Insertion Sort?
- Was ist die Θ Laufzeitkomplexität von Insertion Sort in diesem Fall?
- Was ist das best-case Szenario für das Sortieren einer Liste mit Insertion Sort?
- Was ist die Θ Laufzeitkomplexität von Insertion Sort in diesem Fall?

4. Alte Prüfungsaufgaben

Runtime Analysis

MAVT 2023

A: $\Theta(1)$	**B:** $\Theta(\log n)$	**C:** $\Theta(\log^2 n)$	**D:** $\Theta(\log \log n)$
E: $\Theta(n)$	**F:** $\Theta(n^2)$	**G:** $\Theta(n^3)$	**H:** $\Theta(n^4)$
I: $\Theta(n \log n)$	**K:** $\Theta(n^2 \log n)$	**L:** $\Theta(n \log^2 n)$	**M:** $\Theta(n^2 \log^2 n)$
N: $\Theta(n^{\log_2 3})$	**O:** $\Theta(\sqrt{n})$	**P:** $\Theta(\sqrt{n^3})$	**Q:** $\Theta(\sqrt{\log n})$
R: $\Theta(\sqrt{n \log n})$	**S:** $\Theta(\sqrt[3]{2^n})$	**T:** $\Theta(2^n)$	**U:** $\Theta(3^n)$
V: $\Theta(n!)$	**W:** $\Theta(n^n)$	**X:** N/A	

	$f(n)$	$f \in \ldots$		$f(n)$	$f \in \ldots$
0.	$2n$	E			
1.	$\sqrt{n} + n^4$	[redacted]	2.	2023^{2023}	[redacted]
3.	$\sum_{i=0}^{n} i^2$	[redacted]	4.	$\log\left(\sum_{i=0}^{n} i\right)$	[redacted]

Runtime Analysis

BAUG 2024

	$f(n)$	$f \in \ldots$
0.	$2n$	E
1.	$\binom{n}{2}$	[redacted]
2.	$\frac{10n}{2n+10}$	[redacted]
3.	3^{2n}	[redacted]
4.	$\sum_{i=1}^{\log n} i$	[redacted]

A: $\Theta(1)$	**B:** $\Theta(\log n)$	**C:** $\Theta(\log^2 n)$	**D:** $\Theta(\log \log n)$
E: $\Theta(n)$	**F:** $\Theta(n^2)$	**G:** $\Theta(n^3)$	**H:** $\Theta(n^4)$
I: $\Theta(n \log n)$	**K:** $\Theta(n^2 \log n)$	**L:** $\Theta(n \log^2 n)$	**M:** $\Theta(n^2 \log^2 n)$
N: $\Theta(n^{\log_2 3})$	**O:** $\Theta(\sqrt{n})$	**P:** $\Theta(\sqrt{n^3})$	**Q:** $\Theta(\sqrt{\log n})$
R: $\Theta(\sqrt{n \log n})$	**S:** $\Theta(\sqrt[3]{2^n})$	**T:** $\Theta(2^n)$	**U:** $\Theta(3^n)$
V: $\Theta(n!)$	**W:** $\Theta(n^n)$	**X:** N/A	

Runtime Analysis

MAVT 2023

(1.b)

```
def g(n):
    for i in range(n):
        for j in range(n):
            for k in range(j):
                f()
```

Asymptotische Anzahl Aufrufe von `f` / *Asymptotic number of calls to* `f`:

1 n $\log n$ $\sqrt{n}$ n^2 2^n $n \log n$ n^3

(1.d)

```
def g(n):
    i = 1
    while i <= n**4:
        f()
        i = i * 2
```

Asymptotische Anzahl Aufrufe von `f` / *Asymptotic number of calls to* `f`:

1 n $\log n$ $\sqrt{n}$ n^2 2^n $n \log n$ n^3

Runtime Analysis: Tipp

```
def g(n):
  i = 1
  while i <= n:
    f()
    i = i * 4
```

Nun denken wir uns eine counter-variable dazu, das Snippet sieht also so aus:

```
def g(n):
  i = 1
  c = 0
  while i <= n:
    f()
    c = c + 1
    i = i * 4
```

Nun können wir zwar nicht direkt `c` und `n` vergleichen, wohl aber `i` und `c`: Wir erkennen, dass $i = 4^c$. Nun setzen wir dies in die Loop-Condition ein: $i = n \implies 4^c = n \implies c = \log_4 n = \Theta(\log n)$

Runtime Analysis

MAVT 2024FS

(1.1) $\sqrt{\sum_{i=1}^{n} i}$

○ $\Theta(1)$ ○ $\Theta(\log \log n)$ ○ $\Theta(\log n)$ ○ $\Theta(\log^2 n)$ ○ \(\Theta 👎 \) ○ $\Theta(n^2)$ ○ $\Theta(n^3)$ ○ $\Theta(n^4)$ ○ $\Theta(n \log n)$
○ $\Theta(n^2 \log n)$ ○ $\Theta(n \log^2 n)$ ○ $\Theta(n^2 \log^2 n)$ ○ $\Theta(n^{\log_2 3})$ ○ $\Theta(\sqrt{n})$ ○ $\Theta(\sqrt{n^3})$ ○ $\Theta(\sqrt{\log n})$
○ $\Theta(\sqrt{n \log n})$ ○ $\Theta(\sqrt[3]{2^n})$ ○ $\Theta(2^n)$ ○ $\Theta(3^n)$ ○ $\Theta(n!)$ ○ $\Theta(n^n)$ ○ N/A

Die richtige Antwort ist: [redacted]

(1.2) $\sum_{i=1}^{n} 2^{n-i}$

○ $\Theta(1)$ ○ $\Theta(\log \log n)$ ○ $\Theta(\log n)$ ○ $\Theta(\log^2 n)$ ○ \(\Theta 👎 \) ○ $\Theta(n^2)$ ○ $\Theta(n^3)$ ○ $\Theta(n^4)$ ○ $\Theta(n \log n)$
○ $\Theta(n^2 \log n)$ ○ $\Theta(n \log^2 n)$ ○ $\Theta(n^2 \log^2 n)$ ○ $\Theta(n^{\log_2 3})$ ○ $\Theta(\sqrt{n})$ ○ $\Theta(\sqrt{n^3})$ ○ $\Theta(\sqrt{\log n})$
○ $\Theta(\sqrt{n \log n})$ ○ $\Theta(\sqrt[3]{2^n})$ ○ $\Theta(2^n)$ ○ $\Theta(3^n)$ ○ $\Theta(n!)$ ○ $\Theta(n^n)$ ○ N/A

Die richtige Antwort ist: [redacted]

(1.3) $\frac{n^5 - n^2}{n^2 + n}$

○ $\Theta(1)$ ○ $\Theta(\log \log n)$ ○ $\Theta(\log n)$ ○ $\Theta(\log^2 n)$ ○ \(\Theta 👎 \) ○ $\Theta(n^2)$ ○ $\Theta(n^3)$ ○ $\Theta(n^4)$ ○ $\Theta(n \log n)$
○ $\Theta(n^2 \log n)$ ○ $\Theta(n \log^2 n)$ ○ $\Theta(n^2 \log^2 n)$ ○ $\Theta(n^{\log_2 3})$ ○ $\Theta(\sqrt{n})$ ○ $\Theta(\sqrt{n^3})$ ○ $\Theta(\sqrt{\log n})$
○ $\Theta(\sqrt{n \log n})$ ○ $\Theta(\sqrt[3]{2^n})$ ○ $\Theta(2^n)$ ○ $\Theta(3^n)$ ○ $\Theta(n!)$ ○ $\Theta(n^n)$ ○ N/A

Die richtige Antwort ist: [redacted]

Runtime Analysis

(1.4) 4613^{976}

○ $\Theta(1)$ ○ $\Theta(\log \log n)$ ○ $\Theta(\log n)$ ○ $\Theta(\log^2 n)$ ○ \(\Theta 👎 \) ○ $\Theta(n^2)$ ○ $\Theta(n^3)$ ○ $\Theta(n^4)$ ○ $\Theta(n \log n)$
○ $\Theta(n^2 \log n)$ ○ $\Theta(n \log^2 n)$ ○ $\Theta(n^2 \log^2 n)$ ○ $\Theta(n^{\log_2 3})$ ○ $\Theta(\sqrt{n})$ ○ $\Theta(\sqrt{n^3})$ ○ $\Theta(\sqrt{\log n})$
○ $\Theta(\sqrt{n \log n})$ ○ $\Theta(\sqrt[3]{2^n})$ ○ $\Theta(2^n)$ ○ $\Theta(3^n)$ ○ $\Theta(n!)$ ○ $\Theta(n^n)$ ○ N/A

Die richtige Antwort ist: [redacted]

(1.5) $n \sum_{i=1}^{\log n} i$

○ $\Theta(1)$ ○ $\Theta(\log \log n)$ ○ $\Theta(\log n)$ ○ $\Theta(\log^2 n)$ ○ \(\Theta 👎 \) ○ $\Theta(n^2)$ ○ $\Theta(n^3)$ ○ $\Theta(n^4)$ ○ $\Theta(n \log n)$
○ $\Theta(n^2 \log n)$ ○ $\Theta(n \log^2 n)$ ○ $\Theta(n^2 \log^2 n)$ ○ $\Theta(n^{\log_2 3})$ ○ $\Theta(\sqrt{n})$ ○ $\Theta(\sqrt{n^3})$ ○ $\Theta(\sqrt{\log n})$
○ $\Theta(\sqrt{n \log n})$ ○ $\Theta(\sqrt[3]{2^n})$ ○ $\Theta(2^n)$ ○ $\Theta(3^n)$ ○ $\Theta(n!)$ ○ $\Theta(n^n)$ ○ N/A

Die richtige Antwort ist: [redacted]

5. Hausaufgaben

Übung 5: Algorithmen und Effizienz

Auf `https://expert.ethz.ch/enrolled/SS26/mavt2/exercises`

Übung 5: Algorithmen und Effizienz
Einfach, Mittel, Schwer

- Asymptotische Laufzeit, Auf ZF schauen!
- Längstes gemeinsames Präfix, Recursion??
- Dutch Flag (Die niederländische Flagge), Probieren (Video schauen?)
- k-kleinstes Element, Recursion??

KEINE HARDCODIERUNG

Fragen?

Feedback

https://jschultev.github.io/personal_website/Feedback

6. Herleitungen

Einige Formeln mit Herleitung

Summen

$$\sum_{i=0}^{n} i = ?$$

Summen

$$\sum_{i=0}^{n} i = \frac{n \cdot (n+1)}{2}$$

Summen

$$\sum_{i=0}^{n} i = \frac{n \cdot (n+1)}{2}$$

Warum?

Summen

$$\sum_{i=0}^{n} i = \frac{n \cdot (n+1)}{2}$$

Warum?
Intuition

$$1 + ... + 100 = (1 + 100) + (2 + 99) + (3 + 98) + ... + (50 + 51)$$

Summen

$$\sum_{i=0}^{n} i = \frac{n \cdot (n+1)}{2}$$

Warum?
Intuition

$$1 + ... + 100 = (1 + 100) + (2 + 99) + (3 + 98) + ... + (50 + 51)$$

Formaler?

Summen

$$\sum_{i=0}^{n}(n-i) =?$$

Summen

$$\sum_{i=0}^{n}(n-i) = \sum_{i=0}^{n} i$$

Summen

$$\sum_{i=0}^{n}(n-i) = \sum_{i=0}^{n} i$$

$$\begin{aligned}\Rightarrow 2 \cdot \sum_{i=0}^{n} i &= \sum_{i=0}^{n} i + \sum_{i=0}^{n}(n-i) \\ &= \sum_{i=0}^{n}(i + (n-i)) = \sum_{i=0}^{n} n = (n+1) \cdot n\end{aligned}$$

Summen

$$\sum_{i=0}^{n}(n-i) = \sum_{i=0}^{n} i$$

$$\begin{aligned}\Rightarrow 2 \cdot \sum_{i=0}^{n} i &= \sum_{i=0}^{n} i + \sum_{i=0}^{n}(n-i) \\ &= \sum_{i=0}^{n}(i + (n-i)) = \sum_{i=0}^{n} n = (n+1) \cdot n\end{aligned}$$

Summen

$$\sum_{i=0}^{n} i^2 = ?$$

Summen

$$\sum_{i=0}^{n} i^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$$

Summen

$$\sum_{i=0}^{n} i^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$$

Das muss man nicht auswendig wissen. Aber man sollte wissen, dass es ein Polynom dritten Grades in n ist

Summen

Wie kommt man darauf?

Summen

Wie kommt man darauf? Interessanter Trick: Einerseits

$$\sum_{i=0}^{n} i^3 - \sum_{i=1}^{n} (i-1)^3 = \sum_{i=0}^{n} i^3 - \sum_{i=0}^{n-1} i^3 = n^3,$$

Summen

Wie kommt man darauf? Interessanter Trick: Einerseits

$$\sum_{i=0}^{n} i^3 - \sum_{i=1}^{n} (i-1)^3 = \sum_{i=0}^{n} i^3 - \sum_{i=0}^{n-1} i^3 = n^3,$$

andererseits

$$\begin{aligned}\sum_{i=0}^{n} i^3 - \sum_{i=1}^{n} (i-1)^3 &= \sum_{i=1}^{n} i^3 - \sum_{i=1}^{n} (i-1)^3 \\ &= \sum_{i=1}^{n} i^3 - (i-1)^3 = \sum_{i=1}^{n} 3 \cdot i^2 - 3 \cdot i + 1\end{aligned}$$